

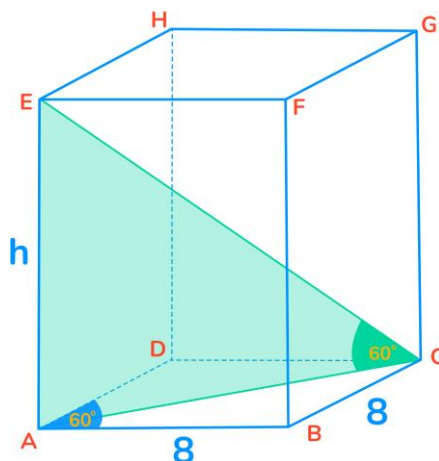
ZADANIE #10

(5 punktów)

Dany jest graniastosłup czworokątny prosty $ABCDEFGH$ o podstawach $ABCD$ i $EFGH$ oraz krawędziach bocznych AE, BF, CG, DH . Podstawa $ABCD$ graniastosłupa jest rombem o boku długości 8cm i kątach ostrych A i C o mierze 60° . Przekątna graniastosłupa CE jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Sporządź rysunek pomocniczy i zaznacz na nim wymienione w zadaniu kąty. Oblicz objętość tego graniastosłupa.

ROZWIĄZANIE:

Obliczenia zaczynamy od sporządzenia dokładnego rysunku i naniesienia danych z treści zadania.



Do obliczenia objętości będziemy potrzebować pole podstawy oraz wysokość. Obliczamy pole podstawy korzystając z wzoru na pole rombu:

$$P = ah = a^2 \sin 60^\circ = \frac{1}{2} |AC| |BD|$$

W naszym przypadku będzie to:

$$P = 8^2 \cdot \sin 60^\circ = 32\sqrt{3}$$

Obliczamy długość odcinka AC . Z rysunku jasno wynika, że nasz romb to dwa trójkąty równoboczne o długości boków 8

$$P_{ABCD} = 2P_{ABD}$$

A odcinek AC jest dwukrotnie większy niż wysokość trójkąta równobocznego. Wzór na wysokość trójkąta równobocznego to

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2}$$

$$AC = 2h = 2 \cdot \frac{8\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$

Następnie liczymy wysokość graniastopu korzystając z funkcji trygonometrycznej tangens:

$$\frac{h}{AC} = \operatorname{tg}60^\circ$$

$$\frac{h}{8\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow h = 24$$

Objętość graniastopu wynosi:

$$V = P_p \cdot h = 32\sqrt{3} \cdot 24 = 768\sqrt{3}$$

ODPOWIEDŹ: $V = 768\sqrt{3}$