

ZADANIE #73

(5 punktów)

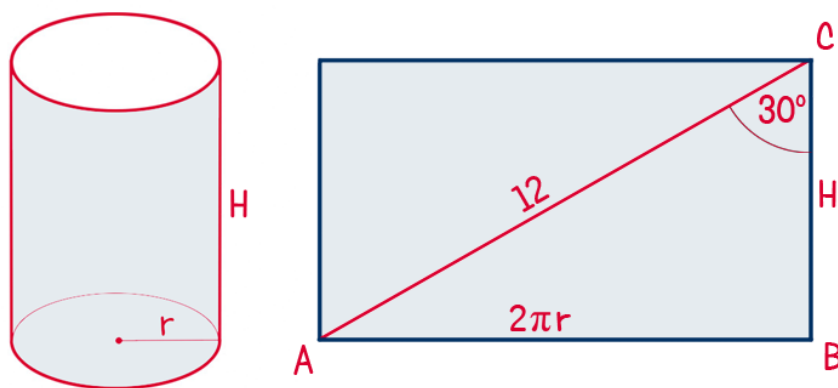
Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu na płaszczyznę jest prostokątem. Przekątna tego prostokąta ma długość 12 i tworzy z bokiem, którego długość jest równa wysokości walca, kąt o mierze 30° .

a) Oblicz pole powierzchni bocznej tego walca.

b) Sprawdź, czy objętość tego walca jest większa od $18\sqrt{3}$. Odpowiedź uzasadnij.

ROZWIĄZANIE:

Rysunek pomocniczy



Zgodnie z oznaczeniami na rysunku otrzymujemy:

$$\frac{|BC|}{|AC|} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{H}{12}$$

$$H = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

Korzystając z funkcji \sin obliczamy długość odcinka AB

$$\frac{|AB|}{|AC|} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{AB}{12} \Rightarrow AB = 6$$

Podstawa prostokąta o długości $AB = 6$ jest równa obwodowi okręgu

$$AB = 2\pi r = 6$$

$$r = \frac{3}{\pi}$$

a) Mając wszystkie potrzebne dane obliczamy pole powierzchni bocznej

$$P_b = 2\pi r H = 6H = 36\sqrt{3}$$

ODPOWIEDŹ: $P_b = 36\sqrt{3}$

b) Liczymy objętość

$$V = \pi r^2 H$$

$$\pi \left(\frac{3}{\pi}\right)^2 H = \pi \frac{9}{\pi^2} \cdot 6 = \frac{54\sqrt{3}}{\pi}$$

Teraz musimy sprawdzić następującą nierówność:

$$\frac{54\sqrt{3}}{\pi} > 18\sqrt{3} \quad /: 18\sqrt{3}$$

$$\frac{3}{\pi} > 1$$

Skoro ta nierówność nie jest prawdziwa zatem objętość nie może być większa niż $18\sqrt{3}$.

ODPOWIEDŹ: *Objętość nie jest większa od $18\sqrt{3}$*

Zadanie pochodzi ze strony: bezkalkulatora.pl