

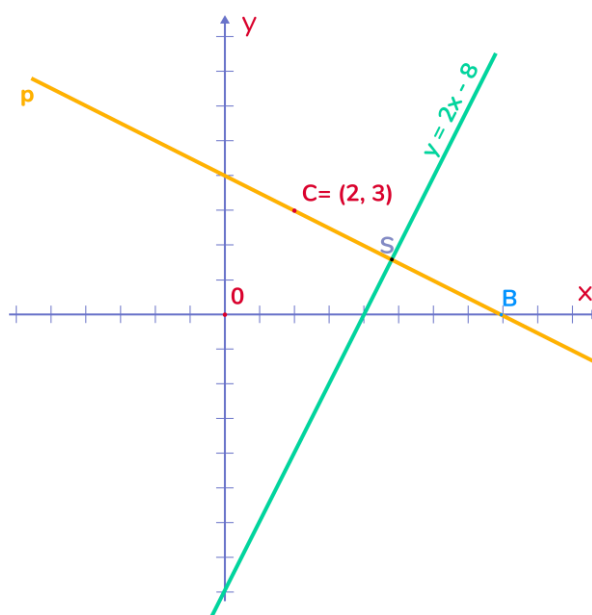
ZADANIE #7

(5 punktów)

Dany jest punkt $C = (2, 3)$ i prosta o równaniu $y = 2x - 8$ będąca symetralną odcinka BC . Wyznacz współrzędne punktu B . Wykonaj obliczenia uzasadnij odpowiedź.

ROZWIĄZANIE:

Najpierw rysujemy wykres, który przedstawia się następująco:



Skoro prosta o równaniu $y = 2x - 8$ jest symetralną odcinka BC to znaczy, że odcinek i prosta przecinają się pod kątem prostym. Szukanie współrzędnych punktu B zaczynamy od wyznaczenia równania prostej prostopadłej do prostej $y = 2x - 8$ przechodzącej przez punkt $C = (2, 3)$ i punkt B . Warunek prostopadłości dwóch prostych to:

$$a_1 a_2 = -1$$

Ogólny wzór na prostą to:

$$y = ax + b$$

Współczynnik kierunkowy prostej wyliczony z warunku prostopadłości to $a = -\frac{1}{2}$ zatem:

$$y = -\frac{1}{2}x + b$$

Wiemy, że punkt $C = (2, 3)$ należy do naszej szukanej prostej, zatem możemy podstawić wartości x i y do naszego równania.

$$3 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + b \Rightarrow b = 4$$

Z powyższego równania wyliczyliśmy $b = 4$. Następnie wyznaczamy współrzędne punktu S będącego geometrycznym rozwiązaniem poniższych równań:

$$\begin{cases} y = 2x - 8 \\ y = -\frac{1}{2}x + 4 \quad / \cdot 4 \end{cases}$$

Wymnożyliśmy drugie równanie przez 4 aby móc dodać je stronami

$$\begin{cases} y = 2x - 8 \\ 4y = -2x + 16 \end{cases}$$

Dodajemy stronami i otrzymujemy

$$5y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{5}$$

Podstawiamy $y = \frac{8}{5}$ do pierwszego równania tzn. $y = 2x - 8$, a następnie wyznaczamy je przez 5 aby pozbyć się ułamka

$$\frac{8}{5} = 2x - 8 \quad / \cdot 5$$

$$8 = 10x - 40 \Rightarrow x = \frac{24}{5}$$

Skoro $S = (\frac{24}{5}, \frac{8}{5})$ jest środkiem odcinka BC , to współrzędne punktu $B = (x, y)$ spełniają warunek

$$\begin{cases} \frac{24}{5} = \frac{x+2}{2} \\ \frac{8}{5} = \frac{y+3}{2} \end{cases}$$

Po rozwiązaniu powyższego równania otrzymujemy $B = (\frac{38}{5}, \frac{1}{5})$

ODPOWIEDŹ: $B = (\frac{38}{5}, \frac{1}{5})$