ZADANIE #68

(5 punktów)

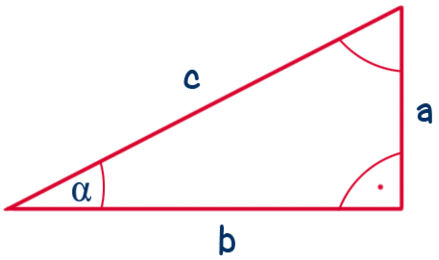
Miara jednego z kątów ostrych w trójkącie prostokątnym jest równa α.

a) Uzasadnij, że spełniona jest nierówność $sin\alpha - tg\alpha < 0$.

b) Dla $sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ oblicz wartość wyrażenia $cos^3\alpha + cos\alpha \cdot sin^2\alpha$.

ROZWIĄZANIE:

Zacznijmy od rysunku pomocniczego.



a) Korzystając z rysunku wyznaczamy funkcje trygonometryczne, a następnie je odejmujemy.

$$sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{a}{b} = \frac{ab - ac}{bc} = \frac{a(b-c)}{bc}$$

Przeciwprostokątna jest najdłuższym bokiem w trójkącie prostokątnym, co za tym idzie w nawiasie otrzymamy liczbę ujemną, przez co cała wartość wyrażenia również będzie ujemna, a więc mniejsza od zera.

b) W wyrażeniu poniżej, możemy wyciągnąć cosinusa przed nawias.

$$cos^3\alpha + cos\alpha sin^2\alpha = cos\alpha$$

$$cos\alpha(cos^2\alpha + sin^2) = cos\alpha$$

W ten sposób w nawiasie otrzymamy wzór na jedynkę trygonometryczną, co pozwoli na uproszczenie wyrażenia do samego cosinusa.

$$cos^2\alpha + sin^2\alpha = 1$$
$$cos^2\alpha = \sqrt{1 - sin^2\alpha}$$

Teraz ponownie korzystając z jedynki trygonometrycznej obliczamy wartość sinus. Po podstawieniu otrzymujemy.

$$cos^2\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{4\cdot 2}{3}}$$

$$cos^2\alpha = \sqrt{1-\frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$cos\alpha = \frac{1}{3}$$

ODPOWIEDŹ: $cos\alpha = \frac{1}{3}$

Zadanie pochodzi ze strony: bezkalkulatora.pl