ZADANIE #62

(5 punktów)

Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = (2x+1)(x-2)$ w przedziale $\langle -2,\ 2\rangle$.

ROZWIĄZANIE:

Postać iloczynowa funkcji kwadratowej to:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Teraz zapisujemy naszą funkcję w postaci iloczynowej wyciągając ***2*** przed nawias:

$$f(x) = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 2)$$

Z wzoru można odczytać miejsca zerowe funkcji:

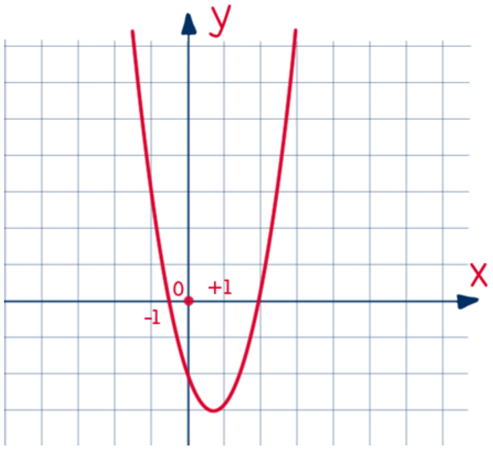
$$x_1 = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = 2$$

Oraz współczynnik kierunkowy, który wynosi ***2*** i jest większy od ***0***:

$$a = 2 > 0$$

Mając te dane rysujemy wykres funkcji:



Najmniejszą wartość funkcja przyjmuje się w wierzchołku paraboli, który należy do naszego przedziału $\langle -2, 2\rangle$. Aby obliczyć współrzędne wierzchołka przekształcamy postać iloczynową do postaci ogólnej.

$$f(x) = (2x - 1)(x - 2) = 2x^2 - 3x - 2$$

Wzór na współrzędne ***y*** wierzchołka paraboli to $y_w = -\frac{\Delta}{4a}$, zatem liczymy deltę, a następnie y_w

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 2$$

$$y_w = -\frac{25}{8}$$

Największa wartość funkcji przyjmowana jest w jednym z końców przedziału, liczymy każdy z nich:

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 3(-2) - 2 = 8 + 6 - 2 = 12$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 - 2 = 8 - 6 - 2 = 0$$

ODPOWIEDŹ: $f_{min} = -\frac{25}{8}, f_{max} = 12$

Zadanie pochodzi ze strony: bezkalkulatora.pl