

ZADANIE #5

(5 punktów)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , gdzie $n \geq 1$. Wiadomo, że dla $n \geq 1$ suma n początkowych wyrazów $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ wyraża się wzorem: $S_n = -n^2 + 13n$.

- Wyznacz wzór na n -ty wyraz ciągu a_n .
- Oblicz a_{2007}
- Wyznacz liczbę n , dla której $a_n = 0$.

ROZWIĄZANIE:

a) wzór na sumę n -tych początkowych wyrazów ciągu, możemy napisać w następujący sposób:

$$S_n = a_n + S_{n-1}$$

Wykorzystując tę zależność obliczamy a_n :

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} = \\ &= -n^2 + 13n + n^2 - 2n + 1 - 13n + 13 = \\ &= -2n + 14 \end{aligned}$$

Średnią prędkość samochodu oznaczamy jako v , a czas w którym przejechał określony dystans jako t . Wówczas wiemy, że:

$$vt = 210km$$

ODPOWIEDŹ: $a_n = -2n + 14$

b) korzystając z wyliczonego w punkcie wyżej wzoru obliczamy a_n

$$a_{2007} = -2 \cdot 2007 + 14 = -4000$$

ODPOWIEDŹ: $a_{2007} = -4000$

c) Skoro $a_n = 0$ to przyrównujemy wzór wyliczony w punkcie a do zera i obliczamy n .

$$-2n + 14 = 0$$

$$-2n = -14 \Rightarrow n = 7$$

ODPOWIEDŹ: $n = 7$