

ZADANIE #18

(4 punkty)

Liczba przekątnych wielokąta wypukłego, w którym jest n boków i $n \geq 3$ wyraża się wzorem $P_n = n(n - 3)$

- Oblicz liczbę przekątnych w dwudziestokącie wypukłym.
- Oblicz, ile boków ma wielokąt wypukły, w którym liczba przekątnych jest pięć razy większa od liczby boków.
- Sprawdź, czy jest prawdziwe następujące stwierdzenie: Każdy wielokąt wypukły o parzystej liczbie boków ma parzystą liczbę przekątnych. Odpowiedź uzasadnij.
- Uzasadnij, że jeżeli liczba boków wielokąta wypukłego jest nieparzysta, to liczba jego przekątnych jest wielokrotnością liczby jego boków.

ROZWIĄZANIE:

a) Podstawiamy $n = 20$ do wzoru na liczbę przekątnych:

$$P_{20} = \frac{20 \cdot 17}{2} = 170$$

ODPOWIEDŹ: 170

b) Rozwiązujemy równanie

$$\frac{n(n - 3)}{2} = 5n$$

Najpierw wymnażamy obustronnie przez 2 aby pozbyć się ułamka, jednocześnie wymnażając przez nawias

$$\frac{n(n - 3)}{2} = 5n \quad / \cdot 2$$

$$n(n - 3) = 10n$$

$$n^2 - 3n = 10n$$

$$n^2 - 13n = 0$$

Otrzymaliśmy równanie kwadratowe, które można wyliczyć deltą, jednak z racji, że współczynnik kierunkowy $b = 0$ szybciej będzie zastosować wyciąganie przed nawias

$$n(n - 13) = 0$$

$$n = 0 \quad \text{oraz} \quad n = 13$$

Liczba przekątnych powinna być równa co najmniej 1 dlatego odrzucamy pierwsze rozwiązanie

ODPOWIEDŹ: 13

c) Liczymy liczbę boków w kolejnych wielokątach o parzystej liczbie boków:

$$P_4 = \frac{4(4 - 3)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$P_6 = \frac{6(6 - 3)}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Dziewięć nie jest liczbą parzystą więc stwierdzenie jest nie prawdziwe.

ODPOWIEDŹ: *Stwierdzenie nie jest prawdziwe* $P_6 = 9$

d) Jeżeli n jest liczbą nieparzystą, to liczba $\frac{n-3}{2}$ jest liczbą całkowitą i liczba przekątnych wynosi

$$n \cdot \frac{n - 3}{2}$$

Jasno wynika, że jest wielokrotnością n

ODPOWIEDŹ: *Stwierdzenie jest prawdziwe*

Zadanie pochodzi ze strony: bezkalkulatora.pl